



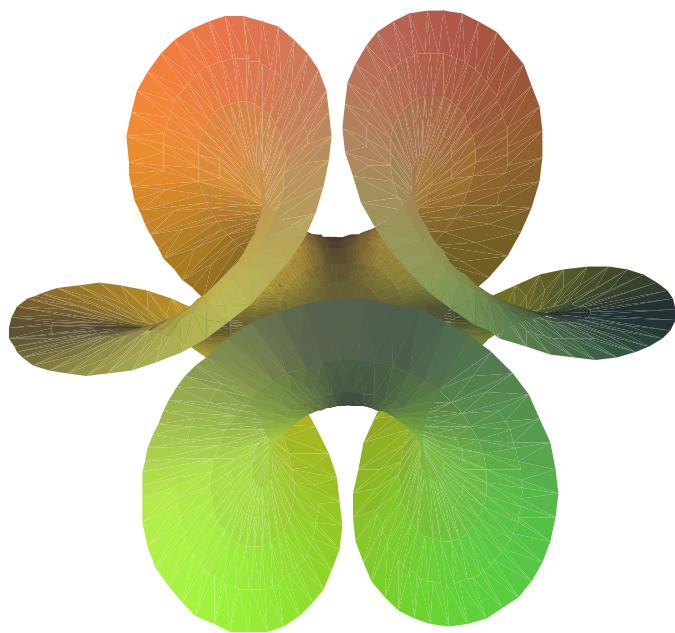
Maple Supplement

Av
Harald Pleym

til

Mathema 1 og 2 - anvendt Matematikk for bachelorstudenter

Av
Steffen Log



▼ Forord

Dette Maple-supplementet til læreboka **Mathema 1 og 2 - anvendt matematikk for bachelorstudenter** av **Steffen Log** har samme kapittelinndeling som i læreboka, og supplementet er ment å brukes sammen med læreboka. Det elektronisk tilrettelagte stoffet er i sin helhet laget i standardversjonen av Maple 11 og viser hvordan det computeralgebraiske systemet kan integreres og brukes som et kraftfullt verktøy i alle fag som anvender matematikk. Eksempelene som gjennomgås er i all hovedsak tatt fra læreboka. Benytter du Maple til å utføre rutinemessige algebraiske beregninger, får du frigitt tid som du kan bruke til å konsentrere deg om å lære selve matematikken med problemanalyse og valg av løsningsmetoder, før du lar Maple overta beregningsjobben.

Oppsettet av Maplekommandoer i forbindelse med eksempler og oppgaver er å betrakte som en mal. Kommandoene kan du kopiere og tilpasse til eget bruk og eksperimentere med de gitte oppgavene, lignende typer av oppgaver, og spesielt typer av oppgaver som ikke lar seg løse kun med papir og blyant.

Stoffet er tilrettelagt slik at du ikke trenger å kunne Maple for å få utført beregningene i tilknytning til boka, fordi alle beregningskommandoer er ferdig oppsatt. I første omgang er det bare å klikke seg gjennom stoffet steg for steg. Jobber du seriøst med stoffet i læreboka og det tilhørende stoffet i supplementet, vil du lære både matematikk og hvordan matematikken håndteres med Maple.

Det er flere måter å bruke Maple på:

- **Kun som en beregningsmaskin - som en kraftfull kalkulator.** Det betyr at du taster inn matematiske uttrykk, trykker ENTER og beregningene utføres. Du slipper å være brydd med langtekkelige og omstendelige beregninger, spesielt hvis du ikke er interessert i detaljerte mellomregninger underveis
- **Løsningsmetoder kan presenteres steg for steg på samme måte som i lærebøker og illustreres med enkle eksempler.** Det finnes også ferdige prosedyrer i Maple som gjennomfører en stegvis løsningsprosess innenfor emner som grenseverdier, derivasjon og integrasjon. Denne måten å presentere stoffet på er aktuelt for både lærere og studenter i forbindelse med gjennomgang av et emne og ved innleveringsoppgaver av ulike slag
- **Du settes i stand til å utføre selv de mest kompliserte beregninger og kan dermed gå i gang med større og mer realistiske beregningsoppgaver av både symbolsk og numerisk art.** Og du kan undersøke interaktivt hvordan løsningen av et problem avhenger av parametrene i problemet som analyseres, og Maples grafiske muligheter setter deg i stand til å visualisere løsningene som studeres
- **Dersom det ikke finnes ferdige kommandoer/prosedyrer for noe du ønsker å utføre, kan du selv relativt enkelt lage tilpassede prosedyrer (sette sammen eksisterende kommandoer til et program) i Maples eget programmeringsspråk som er Basic- og Pascal-lignende**

Jeg har forsøkt å illustrere disse måtene å bruke Maple på i dette supplementet. **Innholdslisten** er **hyperlenket** til de forskjellige kapitlene, og i dokumentene fins det hyperlenker til hjelpesider for alle kommandoene som brukes. Her får du en oversikt over kommandoenes syntaks og eksempler på bruken.

Du bør bruke løsningsforslagene på eksempler og oppgaver i supplementet som en guide når du selv skal lage dine egne dokumenter med løsninger på beregningsoppgaver av ulike slag, som du støter på i dine studier. Men jeg håper også at stoffet vil stimulere deg til å eksperimentere med matematiske løsninger i fagene, men ikke glem følgende:

Det er **du** som må tenke, Maple alene utfører kun beregningene som du instruerer den til å gjøre. Maple tenker ikke for deg.

I tillegg til alle kommandoer som fins i Maple (over 3500), vil du i dette supplementet også finne to ekstra progampakker, [calc](#) og [calcplot](#), som er spesielt tilrettelagt med prosedyrer for bestemte deler av matematikkemnene i læreboka. For å lette tilgangen til disse pakkene og alle andre som fins i Maple, og installeringen av Maplesupplementet på din PC, anbefaler jeg at du leser filen [LesMeg](#).

Mitt håp er at dette Maplesupplementet vil gi deg lettere tilgang til og ekstra hjelp til å ta Maple effektivt i bruk i dine studier der bruk av matematikk inngår, og i ditt virke etter endte studier.

Lykke til videre!

Porsgrunn 13. mai 2008

Harald Pleym

harald.pleym@c2i.net

www.hpleym.no

▼ Innhold

▼ **Kapittel 1 Tall og Kombinatorikk**

[1.1 Språk og tall](#)

[1.2 Hele tall kan brukes til så mangt](#)

[1.3 Tallsystemer](#)

[1.4 Permutasjoner og binomialformelen](#)

[1.5 Dirichlets skuffeprinsipp](#)

[1.6 Feilforplantning](#)

▼ **Kapittel 2 Mengder og Relasjoner**

[2.1 Mengdebegrepet](#)

[2.2 Operasjoner på mengder](#)

[2.3 Kartesiske produkter](#)

[2.4 Relasjoner](#)

[2.5 Diskrete funksjoner](#)

[2.6 Følger og summetegn](#)

▼ **Kapittel 3 Logikk og Matematisk Resonnering**

[3.1 Utsagnslogikk](#)

[3.2 Predikatlogikk](#)

[3.3 Boolske operasjoner og digitale logiske kretser](#)

[3.4 Boolske funksjoner og karnaughdiagram](#)

[3.5 Algoritmer](#)

[3.6 Matematisk induksjon](#)

[3.7 Rekursive definisjoner](#)

▼ **Kapittel 4** **Vektorer og Komplekse Tall**

[4.1 Vektorer](#)

[4.2 Vektorer i de euklidske rommene \$R^2\$ og \$R^3\$](#)

[4.3 Produkter mellom to vektorer](#)

[4.4 Komplekse tall](#)

▼ **Kapittel 5** **Grafer, Kurver og Flater**

[5.1 Grenseverdier og kontinuitet](#)

[5.2 Grunnfunksjoner](#)

[5.3 Symmetri og asymptoter til en graf](#)

[5.4 Forskjellige kurvetyper i planet](#)

[5.5 Rett linje og andre romkurver](#)

[5.6 Planet og andre flater i rommet](#)

[5.7 Funksjoner av flere variable](#)

▼ **Kapittel 6** **Differenslikninger**

[6.1 Matematisk modellering](#)

[6.2 Differenslikninger og matematisk modellering](#)

[6.3 Lineære differenslikninger med konstante koeffisienter](#)

▼ **Kapittel 7** **Deriverbare Funksjoner og Uttrykk**

[7.1 Introduksjon av derivasjonsbegrepet og tangent](#)

[7.2 Derivasjon](#)

[7.3 Implisitt derivasjon og den deriverte av inverse funksjoner](#)

[7.4 l'Hôpitals regel](#)

[7.5 Sekantsetningen](#)

[7.6 Maksimal- og minimalverdier](#)

[7.7 Praktiske maksimal- og minimalproblemer](#)

[7.8 Fartskoblete størrelser](#)

[7.9 Newtons metode](#)

[7.10 Partielle deriverte](#)

[7.11 Lokale maksima og minima](#)

▼ **Kapittel 8** **Integrasjon og Anvendelser**

- [8.1 Antiderivasjon](#)
- [8.2 Det bestemte integralet](#)
- [8.3 Areal, volum og buelengde](#)
- [8.4 Masse, moment og massesenter](#)
- [8.5 Andre anvendelser](#)
- [8.6 Numeriske metoder](#)
- [8.7 Uegentlige integraler](#)

▼ **Kapittel 9** Differensiallikninger

- [9.1 Matematisk modellering utvidet](#)
- [9.2 Differensiallikninger og matematisk modellering](#)
- [9.3 Lineære differensiallikninger med konstante koeffisienter](#)
- [9.4 Differensiallikninger av 1. orden med variable koeffisienter](#)
- [9.5 Flere anvendelser av differensiallikninger](#)
- [9.6 Numeriske metoder for å løse 1. ordens differensiallikninger](#)

▼ **Kapittel 10** Lineære Likningssystemer og Matriser

- [10.1 Lineære likningssystemer](#)
- [10.2 Matriser](#)
- [10.3 Determinanter](#)
- [10.4 Kryssløpsanalysen](#)
- [10.5 Markovkjeder](#)
- [10.6 Andre anvendelser](#)
- [10.7 Hermitekurver og bézierkurver](#)
- [10.8 Minste kvadraters metode](#)
- [10.9 Lineær programmering og simpleksmetoden](#)

▼ **Kapittel 11** Lineære transformasjoner, Egenverdier og Egenvektorer

- [11.1 Vektorrom](#)
- [11.2 Lineær transformasjon og datagrafikk](#)
- [11.3 Egenverdier og egenvektorer](#)
- [11.4 Lineære homogene differensiallikningssystemer](#)
- [11.5 Diagonalisering](#)
- [11.6 Kvadratiske former](#)

▼ **Kapittel 12 Grafer og Trær og Tilstandsmaskiner**

[12.1 Grafer](#)

[12.2 Trær](#)

[12.3 Rettete grafer](#)

[12.4 Språk og tilstandsmaskiner](#)

▼ **Kapittel 13 Rekker**

[13.1 Taylorpolynomer](#)

[13.2 Følger og rekker](#)

[13.3 Potensrekker og taylorrekker](#)

[13.4 Konvergens av rekker](#)

[13.5 Konvergens av potensrekker](#)

[13.6 Anvendelser av taylorrekker](#)

▼ **Kapittel 14 Transformasjoner og Fourierrekker**

[14.1 Matematikk og musikk](#)

[14.2 z-transformasjon](#)

[14.3 Laplacetransformasjon](#)

[14.4 Fourierrekker](#)

[14.5 Diskret og kontinuerlig fouriertransformasjon](#)

▼ **Kapittel 15 Sannsynlighetsteoretiske Modeller og Spillteori**

[15.1 Kombinatorikk](#)

[15.2 Utfallsrom, utfall og hendelse](#)

[15.3 Sannsynlighetsbegrepet og kombinatorikk](#)

[15.4 Regneregler i sannsynlighetsregning](#)

[15.5 Betinget sannsynlighet](#)

[15.6 Uavhengige hendelser](#)

[15.7 Spillteori](#)

▼ **Kapittel 16 Statistikk**

[16.1 Hva er statistikk](#)

[16.2 Deskriptiv statistikk](#)

[16.3 Sannsynlighetsfordelinger](#)

- [16.4 To sentrale sannsynlighetsfordelinger](#)
- [16.5 Andre diskrete fordelinger](#)
- [16.6 Andre kontinuerlige fordelinger](#)
- [16.7 Flerdimensjonale fordelinger](#)
- [16.8 Modelltilpassing og sentralgrenseteoremet](#)
- [16.9 Punktestimering](#)
- [16.10 Kvantiler og konfidensintervall](#)
- [16.11 Hypotesetesting](#)
- [16.12 Kjikvadrattest](#)
- [16.13 Korrelasjons- og regresjonsanalyse](#)
- [16.14 Ikke-parametriske tester](#)
- [16.15 Variansanalyse av enveisgruppering](#)

▼ **Vedlegg 1 Prosjektoppgaver**

- [Prosjekt 1: **Logistisk modell**](#)
- [Prosjekt 2: **Differensialligninger**](#)
- [Prosjekt 3: **Vanntank**](#)
- [Prosjekt 4: **Omdreiningslegemer**](#)
- [Prosjekt 5: **Badminton fjærball**](#)
- [Prosjekt 6: **Newtons avkjølingslov**](#)
- [Prosjekt 7: **Tapping av vann i utslagsvask**](#)
- [Prosjekt 8: **Partikkelbevegelse**](#)
- [Prosjekt 9: **Undervannsbåt**](#)
- [Prosjekt 10: **Buelengde og rotasjonsflater**](#)
- [Prosjekt 11: **Ryktespredning**](#)
- [Prosjekt 12: **Vannverk**](#)
- [Prosjekt 13: **Integraler og numeriske metoder**](#)
- [Prosjekt 14: **Virus-smitte**](#)
- [Prosjekt 15: **Opptak og utskilling av bly**](#)
- [Prosjekt 16: **Radioaktivitet**](#)
- [Prosjekt 17: **Mekaniske svingninger**](#)
- [Prosjekt 18: **Metallplate i termisk likevekt**](#)
- [Prosjekt 19: **Ligningssystemer og oljeraffinerier**](#)
- [Prosjekt 20: **System av differensialligninger og kometbane**](#)
- [Prosjekt 21: **Trafikkdirigering i vegkryss**](#)
- [Prosjekt 22: **Kvalitetskontroll og minste kvadraters metode**](#)
- [Prosjekt 23: **Computergrafikk 1**](#)
- [Prosjekt 24: **Konsentrasjonsendringer i blodet - dose/respons**](#)
- [Prosjekt 25: **Taylorutvikling og konvergens**](#)
- [Prosjekt 26: **Fourier-analyse**](#)
- [Prosjekt 27: **Numerisk løsning av differensialligning**](#)

Prosjekt 28: **Lineær algebra og system av lineære ligninger**

Prosjekt 29: **RGB fargemodell**

Prosjekt 30: **Computergrafikk 2**

Prosjekt 31: **GPS (Global Positioning System)**

Prosjekt 32: **Temperaturfordeling på en metallstav**

Prosjekt 33: **Kryptering og lineær algebra**

Prosjekt 34: **Design av rutsjebane - klotoider**

Prosjekt 35: **Bézierkurver og scriptfont**

Prosjekt 36: **Skjæringskurve og kjeglesnitt**

Prosjekt 37: **Parametriske kurver, flater og legemer**